

# — Contrôle robuste de l'attitude d'un lanceur —

## — La redondance amène la robustesse —

— **Éric BOURGEOIS**, **David-Alexis HANDSCHUH**, **Antoine OLIVIER**, **Émmanuel TRÉLAT** —



Dans ce travail de thèse [1], on s'intéresse au contrôle de l'attitude d'un corps rigide. Les tuyères utilisées pour la commande sont soit ouvertes, soit fermées, c'est à dire qu'on cherche des contrôles **bang-bang** (profil en créneau). Pour un tel contrôle, les temps de commutations peuvent être vus comme des degrés de liberté.

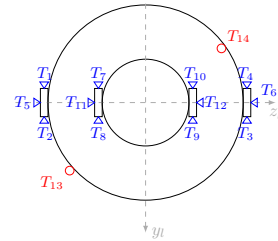
- **Idée** : Ajouter des temps de commutations additionnels pourrait permettre de donner de la robustesse au système.
- **But** : Contrôler efficacement le système, même en présence de perturbations ou d'incertitudes.
- **Difficultés** : Les trajectoires optimales en terme de coût énergétique présentent généralement un nombre minimal de temps de commutations [2].

### Présentation du système - Équations d'Euler pour l'attitude.

On note  $\vec{\omega} = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)$  le vecteur qui décrit la vitesse angulaire du composite supérieur. Chaque tuyère  $T_i$  produit un couple **constant**  $\vec{b}^i = G\vec{T}_i \wedge \vec{P}_i$ . Les équations d'Euler d'attitude s'écrivent  $I\dot{\vec{\omega}}(t) = I\vec{\omega}(t) \wedge \vec{\omega}(t) + \sum_{j=1}^{14} u_j(t) \cdot G\vec{T}_j \wedge \vec{P}_j$ , où  $I$  désigne la matrice d'inertie du lanceur, et se simplifient (cas d'un corps à symétrie axiale) :

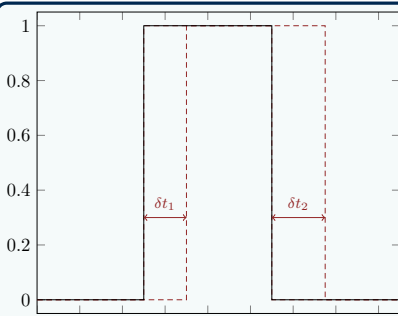
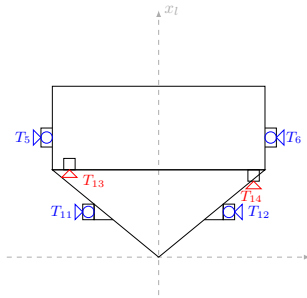
$$\begin{cases} \dot{\omega}_1 = a_1 \omega_2 \omega_3 + \sum_{j=1}^{14} u_j b_j^1 \\ \dot{\omega}_2 = a_2 \omega_1 \omega_3 + \sum_{j=1}^{14} u_j b_j^2 \\ \dot{\omega}_3 = a_3 \omega_1 \omega_2 + \sum_{j=1}^{14} u_j b_j^3 \end{cases}$$

avec  $u_j \in \{0, 1\}$  pour  $1 \leq j \leq 14$  (contrainte bang-bang).

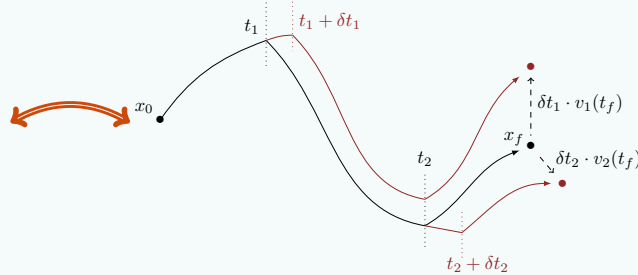


► Schéma du dessus du composite supérieur.

Schéma de profil.



▼ Décalage des temps de commutations



▼ Déplacement au temps final.

- Décaler le temps de commutation  $t_1$  d'une durée  $\delta t_1$  induit un **vecteur de variation**  $v_1(t_f)$  sur l'état à l'instant final.
- On peut calculer ce vecteur de variation en intégrant les solutions d'un certain **système linéarisé** (cf. [1]).
- Plus la commande présente de temps de commutations, plus il y a de vecteurs de variations "possibles" au temps final.
- La correction  $\delta t$  à appliquer pour atteindre un point final  $x_f + \delta x_f$  se calcule par une approche de type **moindres carrés** [3].
- Identification d'un critère permettant de quantifier mathématiquement la robustesse d'une commande. C'est une mesure de la **"bonne répartition"** des vecteurs de variations.

### Mise en œuvre

Trajectoire optimale pour la minimisation de l'énergie consommée. On remarque la présence d'uniquement **trois temps de commutations**.

Trajectoire robustifiée par l'ajout de trois **variations aiguilles** du contrôle, i.e., 6 temps de commutations additionnels, donnant plus de degrés de liberté pour absorber des perturbations.

### Résultats numériques

Représentation d'une trajectoire complète. En **rouge** la trajectoire de référence, en **gris** la **dévi**ation de la trajectoire de référence en présence de **perturbations**, et en **noir** la **correction** apportée en utilisant la commande **robustifiée**.

Pour plusieurs trajectoires ( $\epsilon$  modélise le "degré" de perturbation), erreur relative au point final, pour les trajectoires perturbées et les trajectoires corrigées par notre procédure.

### Perspectives

- Appliquer la méthode à un système plus complexe prenant en compte les angles d'attitude (La dimension double !).
- Explorer d'autres méthodes pour traiter le problème d'optimisation combinatoire (Techniques de Branch & Bound).

### Références

- [1] Antoine Olivier, Thomas Haberkorn, Emmanuel Trélat, Eric Bourgeois, and David-Alexis Handschuh. Redundancy implies robustness for bang-bang strategies. preprint HAL, July 2017.
- [2] Arthur J. Krener and Heinz Schättler. The structure of small-time reachable sets in low dimensions. *SIAM J. Control Optim.*, 27(1) :120-147, 1989.
- [3] G. Allaire and S.M. Kaber. *Algèbre linéaire numérique*. Mathématiques pour le 2e cycle. Ellipses, 2002.